

Programme 4 : du 6 au 18 Novembre : Réduction, révision sur \mathbb{R}

1. RÉDUCTION.

Sous-espaces stables, polynômes d'endomorphisme. Sous-espace stable, définition et caractérisation. Application aux déterminants de matrices par blocs. Drapeau, définition et caractérisation

Polynômes d'endomorphisme : définition, théorème de décomposition des noyaux. Idéal d'un anneau, structure des idéaux de $\mathbb{K}[X]$ comme anneau euclidien donc principal (division euclidienne, Bezout, Gauss)

1.1. Réduction d'un endomorphisme. Valeurs propres, vecteurs propres. Définition, cas de $uov = vov$, stabilité des sous-espaces propres. Toute famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres deux à deux distinctes est libre, cas des sommes directes d'une famille finie de sous-espaces propres. Exemples de valeurs et vecteurs propres.

Valeurs propres d'une matrice. Définition, polynôme caractéristique, théorème (admis) de Cayley-Hamilton.

Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Un endomorphisme est diagonalisable ssi il annule un polynôme scindé dont toutes les racines sont simples.

Cas de la trigonalisation en dimension finie (admis).

N.B : La réduction de Jordan n'est pas au programme (il faut donc donner des indications). D'autre part il y a les idéaux d'un anneau euclidien ce qui permet de parler de l'arithmétique des polynômes.

2. RÉVISION D'ANALYSE

Les étudiants ont eu le chapitre sur \mathbb{R} et ont révisé tout seul.

Majorations, minoration. Division euclidienne dans \mathbb{R} . Partie non vide majorée, ensemble des majorants. Borne supérieure, inférieure. $\overline{\mathbb{R}}$. Ensemble des majorants dans $\overline{\mathbb{R}}$. Valeurs absolues.

Equivalents, Développements limités.. Révision pour des fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . Il s'agit uniquement de la technicité.

Suites, suites extraites. Structure, passage à la limite dans une inégalité, encadrement, suites adjacentes.

Fonctions continues. Caractérisation des intervalles, théorème des valeurs intermédiaires, caractérisation des fonctions monotones continues.

Fonctions dérivables. Théorème de Rolle, extrémum, accroissements finis, fonctions monotones.

Fonctions convexes. Définition, épigraphe, pentes, tangentes, dérivabilité, deux fois dérivables. Propriétés des fonctions convexes : continuité, dérivabilité.