

Un exercice d'informatique

0.1 Reconnaissance de matrices

Il s'agit, étant donné une matrice A , 3–3, réelle et un vecteur b de \mathbb{R}^3 de reconnaître, si possible la transformation affine définie par

$$X \mapsto AX + b$$

.

0.1.1 un peu de théorie

Le point essentiel est de savoir s'il y a un point fixe. Car dans ce cas, si X_0 en est un on a :

$$Y - X_0 = A(X - X_0)$$

et nous obtenons une application linéaire que l'on essaye de reconnaître.

0.1.2 translation

Si $A = I$ alors il s'agit d'une translation de vecteur b

0.1.3 projection

Cela nécessite $A \times A = A$. S'il y a des points fixes la direction de la projection est $\ker A$ et l'image est le sous espace affine $\ker(A - Id)$ passant par l'un des points fixes. Si il n'y a pas de point fixe la transformation est inconnue.

0.1.4 symétrie

Cela nécessite $A \times A = A$. S'il y a des points fixes la symétrie est de direction $\ker(A + Id)$ par rapport au sous espace affine passant par un point fixe et de direction $\ker(A - Id)$. Sinon inconnue.

0.1.5 so3

Cela nécessite ${}^t A \times A = Id$ et $\det A = 1$. S'il y a des points fixes c'est une rotation et sinon c'est un vissage.

0.2 Programmer

Le programme *reconnaissance*(A, b) testera les quatre possibilités ou répondra inconnue. Pour chaque possibilité on appellera une procédure qui déterminera les caractéristiques. Pour chaque type à reconnaître on écrira une procédure. Pour les projections on fera aussi un test d'orthogonalité. Pour la procédure *so* on appellera une sous procédure *rva*(A) qui oriente l'axe et calcule l'angle. Il sera aussi nécessaire d'écrire une procédure de test d'égalité de matrices.